

# Unterrichtsstunde - Einführung direkt Proportionale Zusammenhänge

Der Rahmen	
Inhalt	> Einführung des Begriffs des direkt proportionalen Zusammenhangs
Verortung im Lehrplan	> <i>MS: 8.8:</i> – Funktionale Zusammenhänge > <i>MS M 8.8:</i> – Funktionale Zusammenhänge > <i>RS I: 7.7:</i> – Proportionalitäten > <i>RS II/III: 7.5:</i> – Proportionalitäten > <i>Gym: 8.2:</i> – Lineare Funktionen
Voraussetzungen	> Die Schülerinnen und Schüler kennen die Dreisatzstrategie zur Lösung einfacher Sachaufgaben und können diese anwenden. > Die Schülerinnen und Schüler Zuordnungsvorschriften mit Termen und Variablen darstellen und diese als Wertetabelle und (ggf. als einzelne Wertepaare) im Koordinatensystem darstellen.
Ziele	Die Schülerinnen und Schüler ... > ...definieren den Begriff „Proportionalität“. > ...nennen Eigenschaften proportionaler Zusammenhänge. > ...nennen Zusammenhänge, die proportional sind, und solche die nicht proportional sind. > ...begründen anhand von Eigenschaften proportionaler Zusammenhänge, warum bestimmte Zusammenhänge proportional sind bzw. nicht proportional sind.
Leitfrage	> Der Dreisatz liefert bei vielen Zusammenhängen richtige Ergebnisse, bei anderen Zusammenhängen aber nicht. Was unterscheidet Zusammenhänge, bei denen die Dreisatzstrategie zum richtigen Ergebnis führt von solchen, wo sie nicht zum richtigen Ergebnis führt?
Material & Medien	> <a href="#">Aufgabenkärtchen</a> > <a href="#">Arbeitsblatt</a>

Überblick über die Stunde	
Hinführung	> Die Schülerinnen und Schüler erkennen anhand unterschiedlicher Aufgaben, dass die Dreisatzstrategie nur für bestimmte funktionale Zusammenhänge anwendbar ist.
Erarbeitung	> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen anhand der Beispiele, bei denen der Dreisatz funktioniert, vorgegebene Aussagen und erarbeiten sich so charakterisierende Eigenschaften für direkt proportionale Zusammenhänge.
Sicherung	> Die Schülerinnen und Schüler sichern ihre Ergebnisse in einem Hefteintrag und illustrieren die Eigenschaften anhand einer Wertetabelle.
Vertiefung / Transfer	> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen weitere Zusammenhänge anhand der gefundenen Eigenschaften auf direkte Proportionalität. > Sie begründen Ihre Entscheidung und illustrieren die dabei genutzten Eigenschaft anhand einer jeweils geeigneten Darstellungsform.

# Der Unterrichtsverlauf

Hinführung	<p>Unterrichtssituation &amp; Inhalt</p> <p>1.) Wiederholung der Dreisatzrechnung anhand eines Beispiels.</p> <p>Didaktischer Kommentar: Dreisatzstrategie könnte auch in der Stunde zuvor ausführlich wiederholt werden.</p>	<p>Lehreraktivität</p> <p>1.) Wiederholt Dreisatzstrategie anhand des Beispiels.</p> <p>2.) <i>Untersucht, ob ihr den Dreisatz bei diesen Aufgaben anwenden könnt und ob die Rechnung zum richtigen Ergebnis führt.</i></p> <p>3.) <i>Bei welchen Aufgaben führt der Dreisatz zu einer richtigen Lösung?</i></p>
	<p>2.) Jedes Schülerpaar erhält zwei Aufgabekärtchen mit beliebigem Kontext. <i>Kärtchen 1:</i> direkt proportionaler Zusammenhang <i>Kärtchen 2:</i> nicht direkt proportionaler Zusammenhang</p> <p>3.) Zusammentragen der Ergebnisse.</p>	<p>Schüleraktivität</p> <p>1.) Erklären ggf. das Vorgehen der Lehrkraft.</p> <p>2.) Jedes Schülerpaar versucht mithilfe des Dreisatzes die Aufgabenstellungen zu lösen.</p> <p>Schildern Ihre Ergebnisse und Probleme bei der Lösungsbestimmung.</p>
	<p>Medien / Material</p> <p>Aufgabekärtchen für die Schülerpaare mit jeweils unterschiedlichen Aufgaben. Rechnung auf der Rückseite (<a href="#">s. Materialien S. 5/6</a>).</p>	



Leitfrage	<p>Leitfrage formulieren:</p> <p><i>Der Dreisatz liefert bei vielen Zusammenhängen richtige Ergebnisse, bei anderen Zusammenhängen aber nicht. Was unterscheidet Zusammenhänge, bei denen die Dreisatzstrategie zum richtigen führt von solchen, wo sie nicht zum richtigen Ergebnis führt?</i></p>
-----------	---



Erarbeitung	<p>Unterrichtssituation &amp; Inhalt</p> <p>Begriffsbestimmung „proportional“: Zusammenhänge, bei denen der Dreisatz gilt, werden als proportional bezeichnet.</p> <p>Anhand eines AB: Erarbeiten, welche Eigenschaften bei Zusammenhängen gelten müssen, bei denen der Dreisatz anwendbar ist.</p>	<p>Lehreraktivität</p> <p><i>Prüft, ob die Aussagen auf eure Situationen zutreffen.</i></p>
	<p>Didaktischer Kommentar: Es wird mit den Kontexten aus der Hinführung gearbeitet, die bereits als proportional/nicht-proportional identifiziert wurden. Es wurden bewusst nicht proportionale Beispiele ausgewählt, die sehr unterschiedliche Eigenschaften haben. Erst beim Vergleich aller Beispiele wird sichtbar, dass die <a href="#">Aussagen 2 + 4 + 5</a> bei proportionalen Zusammenhängen immer zutreffen.</p>	<p>Schüleraktivität</p> <p>Bearbeiten das AB und überprüfen die Aussagen mithilfe der vorgegebenen Wertetabellen.</p>
<p>Medien / Material</p> <p>AB mit jeweils zwei Kontexten inklusive der Wertetabellen und den Aussagen (<a href="#">s. Materialien S. 6</a>).</p>		



Sicherung	<p>Unterrichtssituation &amp; Inhalt</p> <p>Aussagen werden an der Tafel in zwei Kategorien gesammelt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Trifft nur für Beispiele zu, für die der Dreisatz gilt. (Aussage 2 + 4 + 5)</li> <li>&gt; Trifft nicht nur für Beispiele zu, für die der Dreisatz gilt. (Aussage 1 + 3)</li> </ul> <p>Hieraus wird gemeinsam abgeleitet welche Aussagen für Kontexte charakteristisch sind, für die der Dreisatz gilt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Aussagen 2 + 4 + 5 sind charakterisierende Bedingungen</li> <li>&gt; Aussage 1 + 3 sind nicht charakterisierend.</li> </ul> <p>Zusammenfassen der Ergebnisse im Hefteintrag (<a href="#">siehe S. 7</a>)</p>	<p>Lehreraktivität</p> <p><i>Beschreibt, was euch auffällt, wenn ihr eure Aussagen den zwei Kategorien zuordnet. Zusammentragen und Sortieren der Schülerantworten.</i></p> <p><i>Impuls zum Weiterdenken:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; <i>Gelten Aussage 1 + 3 bei allen proportionalen Zusammenhängen? Findet unterschiedliche Beispiele.</i></li> </ul>
	<p>Medien / Material</p> <p>AB (<a href="#">s. Materialien S. 6</a>)</p> <p>Die 5 Aussagen vom AB in groß zum Anheften an der Tafel.</p>	<p>Schüleraktivität</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Präsentieren ihre Ergebnisse und sortieren die Aussagen an den entsprechenden Stellen an der Tafel.</li> <li>&gt; Leiten aus den Aussagen, die nur für die proportionalen Beispiele zutreffen, eine Charakterisierung für proportionale Zusammenhänge ab.</li> </ul> <p>Vervollständigen den Hefteintrag in Abhängigkeit ihrer Beispiele, indem sie Faktoren angeben und die Quotienten bestimmen.</p>



Rückbezug zur Leitfrage	<p>Gilt für Zusammenhänge:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Multipliziert man einen Wert mit einer Zahl und ergibt sich der andere Wert ebenfalls durch Multiplikation mit der gleichen Zahl,</li> <li>&gt; Dividiert man Wertepaare miteinander und erhält immer das gleiche Ergebnis,</li> <li>&gt; Stellen die Wertepaare eine Ursprungsgerade dar, so spricht man von einem proportionalen Zusammenhang.</li> </ul>
-------------------------	--



Vertiefung/Transfer	<p>Unterrichtssituation &amp; Inhalt</p> <p>Anwendung der erarbeiteten Eigenschaften:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Untersuchen von Zusammenhängen auf Proportionalität.</li> <li>&gt; Begründen anhand der erarbeiteten Eigenschaften.</li> <li>&gt; Erklären der Eigenschaften anhand der Beispiele in unterschiedlichen Darstellungsformen (Wertetabelle, Kontext, Zuordnungsvorschrift, Term).</li> </ul>	<p>Lehreraktivität</p> <p>Unterstützt Schüleraktivität.</p>
		<p>Schüleraktivität</p> <p>Bestimmen und begründen bei Beispielen in unterschiedlichen Darstellungsformen, ob es sich um proportionale Zusammenhänge handelt.</p>

## Materialien – Hinführung (Vorderseite Aufgabekärtchen)

Doppelseitig ausdrucken

Max bezahlt für drei Kugeln Eis 4,80€. Franz  
möchte bloß zwei Kugeln. Wie viel muss sie  
bezahlen?

Die Raumstation ISS braucht für zwei Um-  
rundungen der Erde 3 Stunden. Wie oft um-  
rundet sie die Erde an einem Tag?

Oma Anna kocht Marmelade ein. Für 500 g  
Obst werden 250 g Gelierzucker benötigt.  
Sie hat insgesamt 800g Obst gesammelt.  
Wie viel Gelierzucker braucht Oma Anna?

Papa Walter hat sich einen neuen schnelle-  
ren Drucker gekauft. Zum Test hat er 10 Sei-  
ten in 8 Sekunden gedruckt. Wie viele Seiten  
schafft der Drucker in einer Minute?

Elektroroller verlangen eine Entsperrgebühr  
von 1 € und haben dann eine Benutzungsge-  
bühr von 20 ct pro Minute. Nach einer Dauer  
von 5 Minuten habe ich eine Rechnung von  
2€ erhalten. Sebastian ist eine längere Stre-  
cke gefahren und war 8 Minuten unterwegs.  
Wie viel hat er bezahlt?

Eine quadratische Schokolade hat 9 Stück-  
chen bei 3 Reihen. Die große Version hat 5  
Reihen. Wie viele Schokoladenstückchen hat  
die große Version?

Der Zauberwürfel hat jeweils 3 Reihen pro  
Farbe und somit 54 farbige Flächen. Wie  
viele Flächen hat der größere Zauberwürfel  
mit 9 Reihen.

In der Baufirma Huber benötigen drei Bauar-  
beiter 7,5 Stunden, um eine Mauer hochzu-  
ziehen. Wie viel Zeit benötigen 5 Arbeiter für  
diese Tätigkeit?

## Die Materialien – Hinführung (Rückseite Aufgabenkärtchen)

Doppelseitig ausdrucken

3 Kugeln	≙	4,80€
	≙	
2 Kugeln	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

3 h	≙	2 Umrundung
	≙	
24 h	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

500 g Obst	≙	250 g Zucker
	≙	
800 g Obst	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

8 Sek.	≙	10 Seiten
	≙	
60 Sek.	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

5 Minuten	≙	2€
	≙	
8 Minuten	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

3 Reihen	≙	9 Stücke
	≙	
5 Reihen	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

3 Reihen	≙	54 Flächen
	≙	
9 Reihen	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

3 Arbeiter	≙	7,5 h
	≙	
5 Arbeiter	≙	

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

## Die Materialien – Erarbeitung (Arbeitsblatt)

Exemplarische Version. Arbeitsblatt für die anderen Beispiele auf analoge Weise anpassen.

### Zusammenhänge auf Proportionalität überprüfen

Max bezahlt für drei Kugeln Eis 4,80€. Franz möchte bloß zwei Kugeln. Wie viel muss sie bezahlen?

Elektroroller verlangen eine Entsperrgebühr und haben dann eine Benutzungsgebühr pro Minute. Nach einer Dauer von 5 Minuten habe ich eine Rechnung von 2€ erhalten. Sebastian ist eine längere Strecke gefahren und war 8 Minuten unterwegs. Wie viel hat er bezahlt?

Kugeln	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preis in €	0	1,6	3,2	4,8	6,4	8,0	9,6	11,2	12,8	14,4	16,0

Dauer in Min.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preis in €	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0

### Aufgabe:

Überprüft an den beiden Beispielen mithilfe der Wertetabellen, welche der Aussagen auf die beiden Kontexte zutreffen.

1. Wenn der eine Wert (Anzahl der Kugeln / Dauer in Min.) größer wird, dann steigt der andere Wert (Preis in € / Preis in €) ebenfalls an.
2. Multipliziere ich den einen Wert mit einer Zahl, dann wird der andere Wert ebenfalls mit der gleichen Zahl multipliziert.
3. Der Wert bei 0 ist ebenfalls 0.
4. Dividiere ich die Werte innerhalb einer Spalte, dann erhält man immer den gleichen Wert.
5. Wenn ich die Werte in ein Koordinatensystem eintrage und verbinde, entsteht eine Gerade, die durch den Ursprung geht.

# Der Hefteintrag

## Zusammenhänge untersuchen

Frage: Wann liefert der Dreisatz eine richtige Lösung?

Definition: Zusammenhänge, bei denen der Dreisatz gilt, werden als proportional bezeichnet.

[Anm.: Hier beispielhaft ausgewählt. Die SchülerInnen könnten z.B. ihre jeweiligen Beispiele einkleben.]

Oma Anna kocht Marmelade ein. Für 500 g Obst werden 250 g Gelierzucker benötigt. Sie hat insgesamt 800g Obst gesammelt. Wie viel Gelierzucker braucht Oma Anna?

Der Dreisatz ist anwendbar!

Eine quadratische Schokolade hat 9 Stückchen bei 3 Reihen. Die große Version hat 5 Reihen. Wie viele Schokoladenstückchen hat die große Version?

Der Dreisatz ist nicht anwendbar!

Merke:

Zusammenhänge sind proportional, wenn...

- > man die beide Zahlen eines Wertepaars mit einer beliebigen Zahl multiplizieren kann und damit immer ein „richtiges“ Wertepaar erhält.
- > man stets das gleiche Ergebnisse erhält, wenn man zusammengehörige Wertepaare durcheinander dividiert.
- > die Wertepaare als Punkte im Koordinatensystem eine Ursprungsgerade darstellen.

[Ist ein Zusammenhang proportional, dann ist der Wert bei 0 immer 0.]

[Anm: SchülerInnen vervollständigen die Tabelle in Abhängigkeit ihres eigenen Beispiels.]

		$\cdot 4$		$\cdot 3$	
Obst	0 g	200 g	800 g	1000 g	3000 g
Gelierzucker	0 g	100 g	400 g	500 g	1500 g
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Quotient		2	2	2	2