

Konzeptorientierung

Leitfragen nutzen

...um Wichtiges von Unwichtigem zu trennen.



Dieser Foliensatz „*Konzeptorientierung: Leitfragen nutzen um Wichtiges von Unwichtigem zu trennen*“ wurde im Rahmen des Projekts [DigitUS](#) von [Stefan Ufer](#), [Timo Kosiol](#), [Matthias Mohr](#) und [Christian Lindermayer](#) erstellt und ist als [CC-BY-SA4.0](#) lizenziert.

Einen Überblick über alle Materialien im DigitUS-Projekt findet sich im [Einführungskapitel](#).

Eine ausführliche Darstellung der Inhalte der Präsentation findet sich in der [Handreichung für Mathematik-Lehrkräfte](#).

- **Lernen im Unterricht bedeutet Wichtiges von Unwichtigem zu trennen.**
 - Was ist das, was ich wirklich lernen soll? Was dient zur Illustration, Erklärung,...?
 - Ein erster Schritt ist zu wissen, **was** (in der jeweiligen Situation) eigentlich gelernt werden soll.

- **Beispiele „lineare Gleichungen“**
 - Wissen, wie man eine Gleichung löst? Möglichst schnell, möglichst geschickt, möglichst genau so wie von der Lehrkraft erklärt?
 - Erklären können, warum das Verfahren, mit dem man Gleichungen löst, funktioniert?
 - Sachaufgaben mit Hilfe von Gleichungen lösen?

- **Leitfragen**

Eine klare Leitfrage lenkt die Aufmerksamkeit der Lernenden auf ein fachliches Problem, das mit dem Wissen gelöst werden kann, das in der Stunde gelernt werden soll.

- **Leitfragen im Unterricht**

...müssen nicht zwingend als “ein einzelner Fragesatz” aufgeschrieben oder formuliert werden.
...sollten jedoch nach einer kurzen Hinführung für die Lernenden klar erkennbar “im Raum stehen”.

- **Leitfragen sind adäquat, wenn sie...**
 - ...auf den fachlichen Kern des Inhalts und die Ziele der Stunde ausgerichtet sind.
 - ...an das Vorwissen der SchülerInnen zum Inhalt oder dazugehörigen Phänomenen verständlich anknüpfen.
 - ...inhaltlich so herausfordernd sind, dass die Schüler sie zu Beginn der Unterrichtsstunde noch nicht beantworten können.
 - ...sich auf konzeptuelles Wissen zu Zusammenhängen beziehen, das die Anwendung des erlernten Wissens ermöglicht, nicht allein auf Wissen zu isolierten Fakten.

- **Rückbezug zur Leitfrage schließt die Erarbeitung ab.**

Die Leitfrage sollte nach der Erarbeitung wieder aufgegriffen und (teilweise) beantwortet werden.

- **Transferfragen eignen sich zur Vertiefung und Vernetzung des neuen Wissens.**

Frage am Ende der Unterrichtsstunde, in der das erworbene Wissen...

 - ...mit anderem Wissen in Beziehung gesetzt werden muss, um die Frage zu beantworten, *oder*
 - ...in einem neuen Kontext angewendet werden muss, der bisher nicht mit dem Wissen verknüpft war, *oder*
 - ...in einer neuen, bisher unbekanntem Art angewendet werden muss.



■ Mögliche Leitfrage

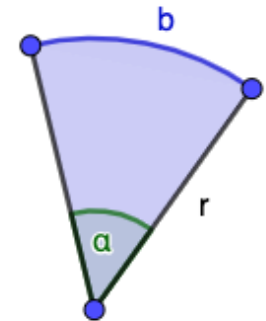
Wir können den Flächeninhalt von z.B. Halbkreisen (Winkel 180°), Viertelkreisen (Winkel 90°), Dreiviertelkreisen (Winkel 270°) bestimmen (informelle Strategien).

Wie können wir das auf Kreissektoren mit anderen (Mittelpunkts-)Winkeln übertragen?

$$F = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{2} \cdot b \cdot r$$

■ Möglicher Stundenverlauf

- Eigenständige Arbeit der Lernenden am Problem für festen Radius und verschiedene Winkel (z.B. 90° , 45° , 30° , 1° , 17°), ggf. Impuls, den Spezialfall 1° zu betrachten.
- Beschreiben einer Lösungsstrategie.
- Diskussion von typischen Lösungsansätzen.
- Ggf. breitere Anwendung der Strategie.
- Systematisieren der Lösungswege in eine Formel, Festhalten der Formel.
- Vielfältige Übungsgelegenheiten.



■ Rückbezug zur Leitfrage

Betrachten wir noch einmal die “einfachen” Fälle vom Anfang. Wie passt das, was unsere neue Formel macht zu dem, wie wir das vorher ausgerechnet haben?

■ Mögliche Transferfragen

- Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man den Radius verdoppelt/den Winkel halbiert/beides verändert?
- Ein Pizzabäcker verkauft Pizzen mit 26cm Durchmesser, die er in jeweils 8 Stücke teilt. In seinem neuen Ofen kann er Pizzen backen, die einen 10% größeren Durchmesser haben. Die Stücke sollen aber möglichst gleich groß bleiben. Wie groß müssten dann die Stücke der größeren Pizzen geschnitten werden?
- Wie kann man den Flächeninhalt eines Kreissektors berechnen, wenn man Radius und Bogenlänge kennt?



■ Mögliche Leitfrage

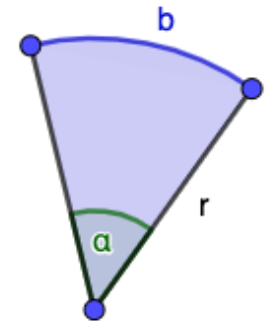
Wir können den Flächeninhalt von z.B. Halbkreisen (Winkel 180°), Viertelkreisen (Winkel 90°), Dreiviertelkreisen (Winkel 270°) bestimmen (informelle Strategien).

Wie können wir das auf Kreissektoren mit anderen (Mittelpunkt-)Winkeln übertragen?

$$F = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{2} \cdot b \cdot r$$

■ Möglicher Stundenverlauf

- Die Lernenden übertragen die informelle Strategie auf einen schwierigeren Fall (z.B. 30° Mittelpunktswinkel).
- Die Formel wird von der Lehrkraft präsentiert und gemeinsam auf einen typischen Fall angewendet.
- Die Lernenden wenden die Formel auf die bereits analysierten Spezialfälle und Suchen nach Beziehungen zwischen den beiden Lösungswegen.
- Vielfältige Übungsgelegenheiten.



■ Rückbezug zur Leitfrage

Anhand konkreter Beispiele wird diskutiert, wann sich eine informelle Strategie anbietet, und wann das Nutzen der Formel.

■ Mögliche Transferfragen

- Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man den Radius verdoppelt/den Winkel halbiert/beides verändert?
- Ein Pizzabäcker verkauft Pizzen mit 26cm Durchmesser, die er in jeweils 8 Stücke teilt. In seinem neuen Ofen kann er Pizzen backen, die einen 10% größeren Durchmesser haben. Die Stücke sollen aber möglichst gleich groß bleiben. Wie groß müssten dann die Stücke der größeren Pizzen geschnitten werden?



■ Keine Leitfrage

Heute geht es darum, wie man die Fläche von Kreissektoren bestimmen kann.

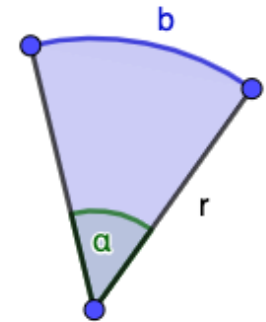
Es wird zwar das Thema benannt (z.B. es geht um eine spezielle Flächenform), aber die Lehrkraft formuliert keine Frage.

$$F = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{2} \cdot b \cdot r$$

■ Zu offene Leitfrage, wenig Anbindung an Vorwissen

Wie kann man den Flächeninhalt eines Kreissektors bestimmen?

Vorhandene Strategien der Lernenden werden nicht ausreichend aufgegriffen.



■ Zu wenig auf konzeptuelles Wissen bezogen

Es gibt eine Formel, mit der man die Fläche eines Kreissektors bestimmen kann. Auf was muss man achten, damit man die Formel immer richtig anwendet?

Zusammenhang der Formel zum Vorwissen der Lernenden wird nicht angesprochen.

■ Zu enge, zu wenig anspruchsvolle Leitfrage

Es wird ein Kreissektor mit Radius 5cm und Mittelpunktswinkel 30° gegeben.

Finde den Flächeninhalt des Kreissektors heraus.

Die Leitfrage führt zu wenig auf verallgemeinerbare Strukturen und Ideen hin.

Leitfragen nutzen

Wie baue ich eine Erarbeitung mit Leitfrage unterrichtlich auf?



Leitfragen nutzen

Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel:

Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen einführen.

	„traditionell“
Begrüßung	Begrüßung
Hinführung	<ul style="list-style-type: none">• Textaufgabe zu einem vertrauten proportionalen Zusammenhang. Z.B. Frau Müller hat für 20l Diesel ... bezahlt. Wie viel muss Herr Meier für 45l Diesel bezahlen?
Erarbeitung	In Gruppenarbeit mit Arbeitsblatt. <ul style="list-style-type: none">• Lösen der Aufgabe mit dem Dreisatz.• Berechnen des Preis pro Liter.• Aufstellen eines Terms für den Preis.• Einführung von Proportionalitäten besondere Zuordnungen.
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none">• Variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten
Verabschiedung	Verabschiedung

Was wäre eine sinnvolle Leitfrage?
Worauf sollte die Hinführung hinführen?

Leitfragen nutzen

Kern der Sache „Proportionalität“

■ Zentrale Eigenschaften

- Proportionalitäten zeichnen sich durch charakteristische Eigenschaften aus.
- Einige Darstellungen sind eher für Proportionalitäten als Funktionen relevant.
- Eine davon liegt zentral dem Dreisatz zu Grunde.

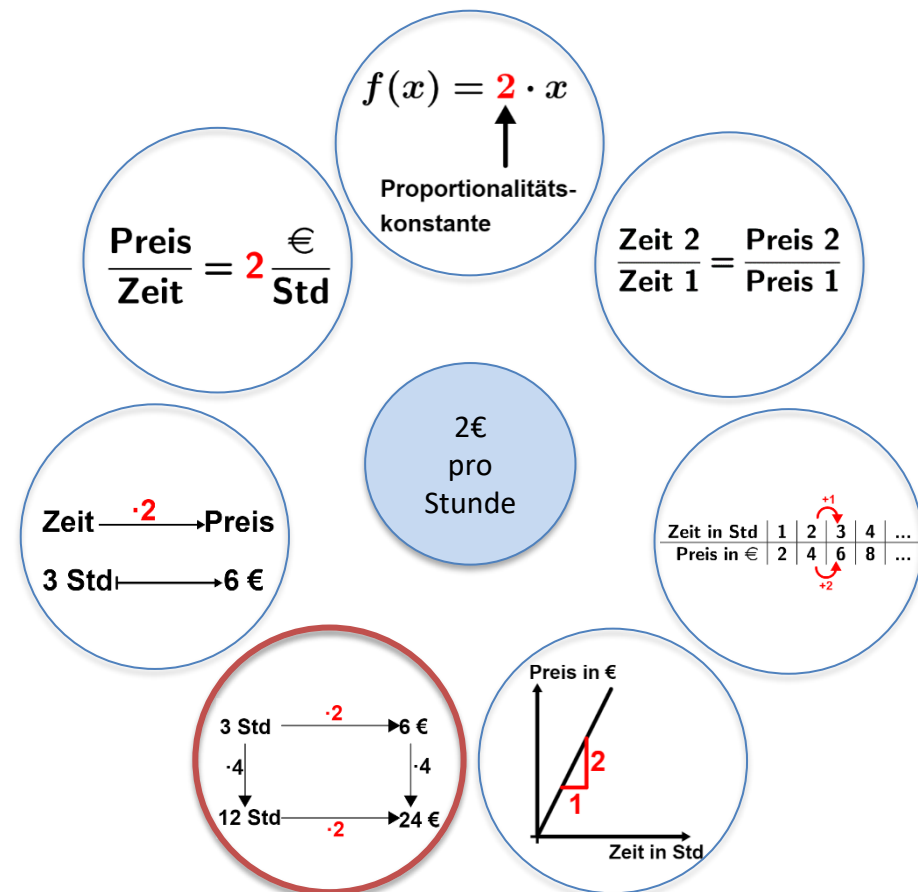
■ Vorkenntnisse

- Viele Lernende kennen den Dreisatz in einfachen Kontexten.
- Ggf. als zentrale Technik vorab auffrischen.

■ Problembereiche

(Auch) Nach Behandlung von Proportionalitäten werden nicht-proportionale Zusammenhänge von Lernenden oft proportional gelöst.

Entscheidung für eine mögliche Leitfrage dazu, in *welchen* Situationen der Dreisatz angewendet werden kann.



Leitfragen nutzen

Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel:

Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhang zwischen zwei Größen einführen.

	„traditionell“	„Leitfrage“
Begrüßung	Begrüßung	Begrüßung
Hinführung	<ul style="list-style-type: none"> • Textaufgabe zu einem vertrauten proportionalen Zusammenhang. Z.B. Frau Müller hat für 20l Diesel ... bezahlt. Wie viel muss Herr Meier für 45l Diesel bezahlen? 	<ul style="list-style-type: none"> • Anhand verschiedener Kontexte wird prüfen, ob der Dreisatz zum richtigen Ergebnis führt. • Vermutungen zu wichtigen Eigenschaften sammeln.
Erarbeitung	In Gruppenarbeit mit Arbeitsblatt. <ul style="list-style-type: none"> • Lösen der Aufgabe mit dem Dreisatz. • Berechnen des Preis pro Liter. • Aufstellen eines Terms für den Preis. • Einführung von Proportionalitäten besondere Zuordnungen. 	Leitfrage: Was zeichnet die Zusammenhänge aus, in denen der „Dreisatz“ zum richtigen Ergebnis führt?
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none"> • Variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten 	Einführung Begriff „Proportionalität“ für Zusammenhänge, bei denen der Dreisatz anwendbar ist.
Verabschiedung	Verabschiedung	Verabschiedung

Leitfragen nutzen

Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel:

Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhang zwischen zwei Größen einführen.

Begrüßung	Begrüßung	Begrüßung
Hinführung	<ul style="list-style-type: none">• Textaufgabe zu einem vertrauten proportionalen Zusammenhang. Z.B. Frau Müller hat für 20l Diesel ... bezahlt. Wie viel muss Herr Meier für 45l Diesel bezahlen?	<ul style="list-style-type: none">• Anhand verschiedener Kontexte wird prüfen, ob der Dreisatz zum richtigen Ergebnis führt.• Vermutungen zu wichtigen Eigenschaften sammeln.
Erarbeitung	<p>In Gruppenarbeit mit Arbeitsblatt.</p> <ul style="list-style-type: none">• Lösen der Aufgabe mit dem Dreisatz.• Berechnen des Preis pro Liter.• Aufstellen eines Terms für den Preis.• Einführung von Proportionalitäten besondere Zuordnungen.	<p>Vermutungen: Eigenschaften, die mehr oder weniger gut zwischen proportionalen und anderen Kontexten unterscheiden.</p>
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none">• Variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten	
Verabschiedung	Verabschiedung	Verabschiedung

Leitfragen nutzen

Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel:

Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhang zwischen zwei Größen einführen.

	„traditionell“	„mit Leitfrage“
Begrüßung	Begrüßung	Begrüßung
Hinführung	<ul style="list-style-type: none"> • Textaufgabe zu einem vertrauten proportionalen Zusammenhang. Z.B. Frau Müller hat für 20l Diesel ... bezahlt. Wie viel muss Herr Meier für 45l Diesel bezahlen? 	<ul style="list-style-type: none"> • Anhand von ... prüfen, ob ... Ergebnis für ... • Vermutung ... sammeln.
Erarbeitung	In Gruppenarbeit mit Arbeitsblatt. <ul style="list-style-type: none"> • Lösen der Aufgabe mit dem Dreisatz. • Berechnen des Preis pro Liter. • Aufstellen eines Terms für den Preis. • Einführung von Proportionalitäten besondere Zuordnungen. 	<ul style="list-style-type: none"> • Vermutungen untersuchen und prüfen. • Eigenschaften proportionaler Kontexte festhalten.
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none"> • Variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten 	
Verabschiedung	Verabschiedung	Verabschiedung

Vermutungen untersuchen:
 Die Vermutungen werden anhand der bereits bearbeiteten Kontexte und dazugehörigen Wertetabellen geprüft. Unterscheiden sie zwischen den beiden Kontexttypen?

Leitfragen nutzen

Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel:

Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhang zwischen zwei Größen einführen.

	„traditionell“	„mit Leitfrage“
Begrüßung	Begrüßung	Begrüßung
Hinführung	<ul style="list-style-type: none">• Textaufgabe zu einem vertrauten proportionalen Zusammenhang. Z.B. Frau Müller hat für 20l Diesel ... bezahlt. Wie viel muss Herr Meier für 45l Diesel bezahlen?	<ul style="list-style-type: none">• Anhand verschiedener Kontexte wird prüfen, ob der Dreisatz zum richtigen Ergebnis führt.• Vermutungen zu wichtigen Eigenschaften sammeln.
Erarbeitung	<p>In Gruppenarbeit mit Arbeitsblatt.</p> <ul style="list-style-type: none">• Lösen der Aufgabe mit dem Dreisatz.• Berechnen des Preis pro Liter.• Aufstellen eines Terms für den Preis.• Einführung von Proportionalitäten besondere Zuordnungen.	<ul style="list-style-type: none">• Vermutungen untersuchen und prüfen.• Eigenschaft festhalten. <div data-bbox="1509 967 2112 1179" style="border: 1px solid red; padding: 5px;"><p>Rückbezug: Welche Eigenschaften von Zusammenhängen können wir prüfen, um festzustellen ob es sich um proportionale Zusammenhänge handelt?</p></div>
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none">• Variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten	<ul style="list-style-type: none">• Eigenschaften anwenden.
Verabschiedung	Verabschiedung	Verabschiedung

Leitfragen nutzen

Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel:

Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhang zwischen zwei Größen einführen.

	„traditionell“	„mit Leitfrage“
Begrüßung	Begrüßung	Begrüßung
Hinführung	<ul style="list-style-type: none"> • Textaufgabe zu einem vertrauten proportionalen Zusammenhang. Z.B. Frau Müller hat für 20l Diesel ... bezahlt. Wie viel muss Herr Meier für 45l Diesel bezahlen? 	<ul style="list-style-type: none"> • Anhand verschiedener Kontexte wird prüfen, ob der Dreisatz zum richtigen Ergebnis führt. • Vermutungen zu wichtigen Eigenschaften sammeln.
Erarbeitung	<p>In Gruppenarbeit mit Arbeitsblatt.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lösen der Aufgabe mit dem Dreisatz. • Berechnen des Preis pro Liter. • Aufstellen eines Terms für den Preis. • Einführung von Proportionalitäten besondere Zuordnungen. 	<ul style="list-style-type: none"> • Vermutungen untersuchen und prüfen. • Eigenschaften festhalten
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none"> • Variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten 	<ul style="list-style-type: none"> • Eigenschaften anwenden. • Prüfen am Funktionsterm.
Verabschiedung	Verabschiedung	Verabschiedung

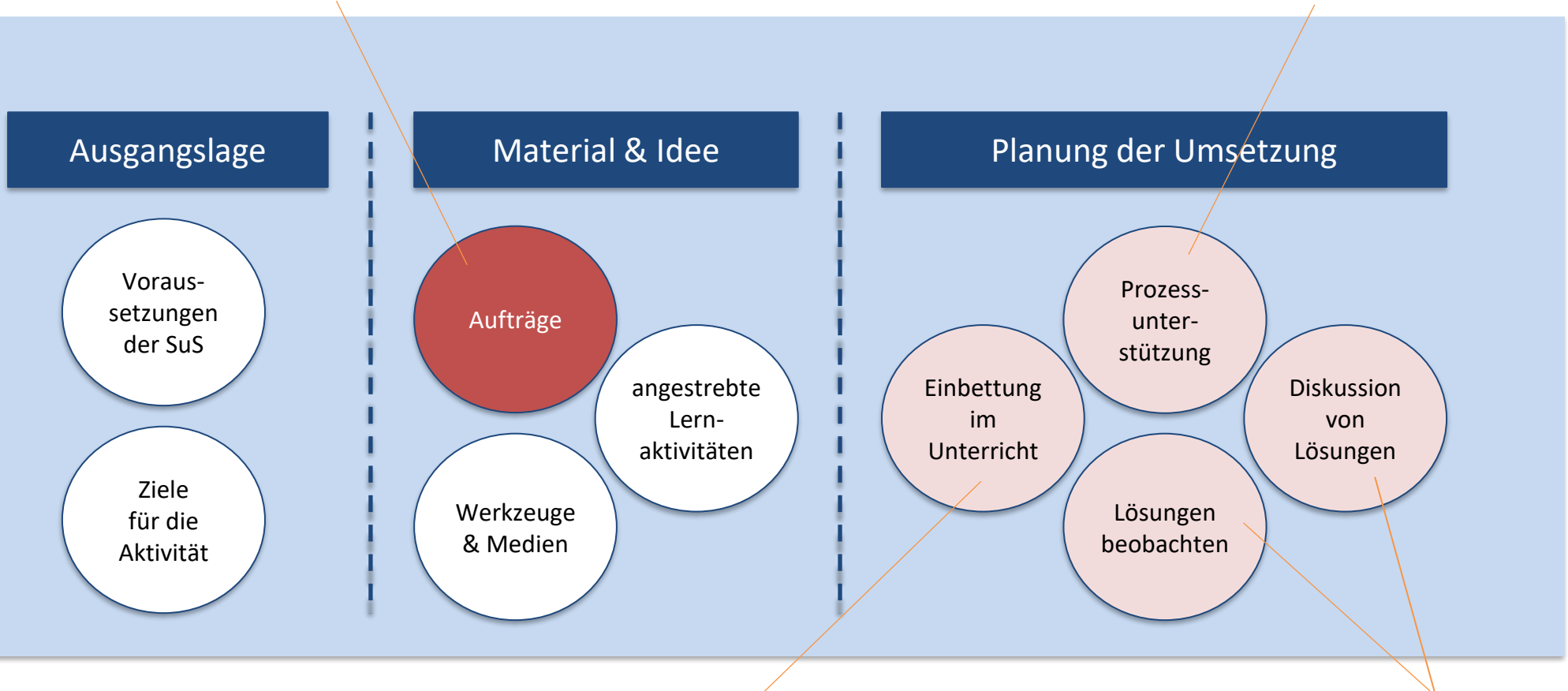
Transferfrage:
Was bedeuten diese Eigenschaften, wenn wir keine Wertetabelle, sondern eine Zuordnungsvorschrift/einen Term gegeben haben?

Leitfragen nutzen

Einordnung

Inwiefern spricht mein Arbeitsauftrag den „Kern der Sache“ an?

Wie kann ich die Lernenden ggf. wieder auf die Leitfrage ausrichten?



Wie trägt meine Aktivität zur (teilweisen) Einführung oder Klärung der Leitfrage bei?

Welche Lösungswege bringen Erkenntnisse in Bezug auf die Leitfrage?

Thema

Betrachten Sie die von uns mitgebrachte Unterrichtsstunde zum Thema „Proportionalität“.

Zum Material



Didaktische Erläuterungen



Aufgabe

Integrieren Sie ein digitales Medium so an einer der folgenden Stellen der Unterrichtseinheit, dass es einen möglichst großen Mehrwert bringt:

- Hinführen auf die Leitfrage.
- Prüfen der Vermutungen.
- Rückbezug auf die Leitfrage.
- Transferfrage.

Nutzen Sie gerne die verlinkte [Vorlage](#).

- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. New York: Springer.

Bilder

- Titelseite: Bild von qimono auf Pixabay: <https://pixabay.com/images/id-3255118/>
- Beispiel Kreissektoren: Bild von AlkeMade auf Pixabay: <https://pixabay.com/de/photos/sehen-friesland-fryslan-landschaft-3516530/>

Alle Bilder lizenziert unter [CC-BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)